Processamento de Malhas Poligonais

Tópicos Avançados em Computação Visual e Interfaces I

Prof.: Marcos Lage

www.ic.uff.br/~mlage

mlage@ic.uff.br

Conteúdo: Notas de Aula

Topologia Combinatória

Definições preliminares

Topologia Combinatória

Malha de polígonos

Uma malha de polígonos $\mathcal{M}$ é composta por informações geométricas e topológicas.

Topologia Combinatória

Malha de polígonos

Uma malha de polígonos $\mathcal{M}$ é composta por informações geométricas e topológicas.

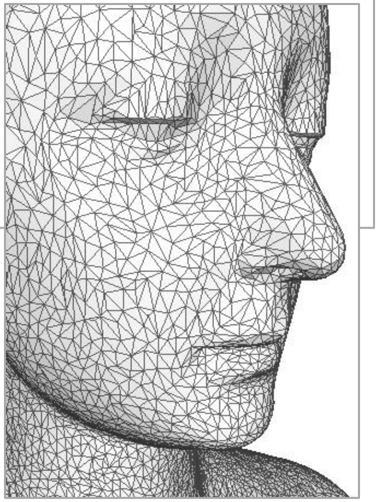
A estrutura topológica de uma malha de polígonos é usualmente descrita através de complexos celulares.

Malha de polígonos

Uma malha de polígonos $\mathcal{M}$ é composta por informações geométricas e topológicas.

A estrutura topológica de uma malha de polígonos é usualmente descrita através de complexos celulares.

Em particular, uma malha de triângulos tem sua estrutura topológica representada por complexos simpliciais.



Definições Preliminares | Definição de Simplexo

Um *simplexo* δ *de dimensão* k do $\mathbb{R}^n$ é o fecho convexo dos $k+1$ pontos $\{v_0, v_1, \ldots, v_k\}$, $v_i \in \mathbb{R}^n$, em posição geral. Isto significa que os vetores:

$$v_1 - v_0 \quad v_2 - v_0 \quad \ldots \quad v_k - v_0$$

São *Linearmente Independentes*.

Topologia Combinatória

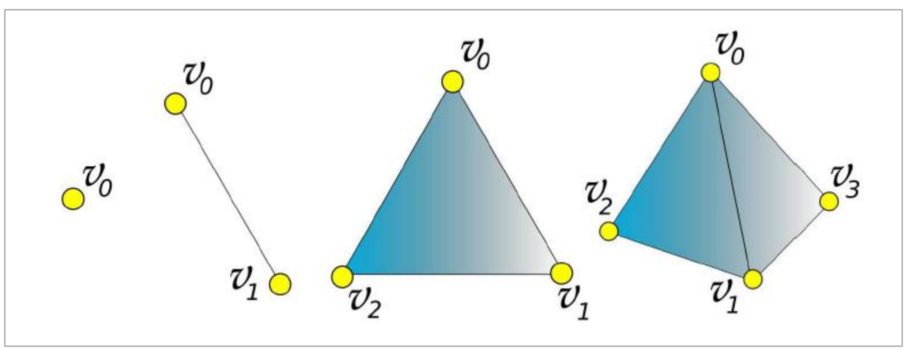
Definições Preliminares

Definição de Simplexo

Um *simplexo* δ *de dimensão* k do $\mathbb{R}^n$ é o fecho convexo dos $k+1$ pontos $\{v_0, v_1, .., v_k\}, v_i \in \mathbb{R}^n$ em posição geral. Isto significa que os vetores:

$$v_1 - v_0 \quad v_2 - v_0 \quad \dots \quad v_k - v_0$$

São *Linearmente Independentes*.



Topologia Combinatória

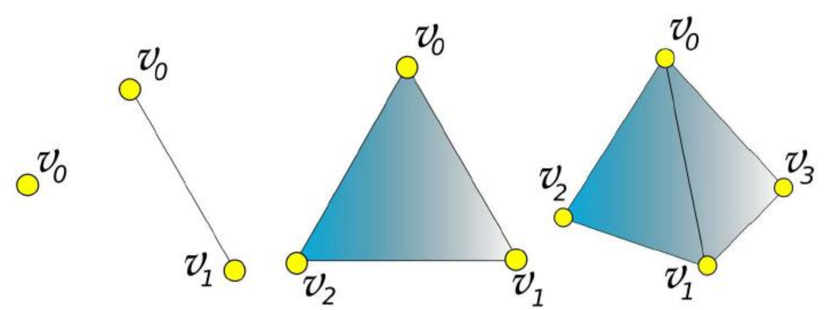
Definições Preliminares

Definição de Simplexo

Um *simplexo* δ *de dimensão* k do $\mathbb{R}^n$ é o fecho convexo dos $k+1$ pontos $\{v_0, v_1, \ldots, v_k\}$, $v_i \in \mathbb{R}^n$, em posição geral. Isto significa que os vetores:

$$v_1 - v_0 \quad v_2 - v_0 \quad \ldots \quad v_k - v_0$$

São *Linearmente Independentes*.



Denotamos sua dimensão por:
$$\dim \delta = k$$

e o conjunto de vértices por:
$$V_\delta = \{v_0, v_1, \ldots, v_k\}$$

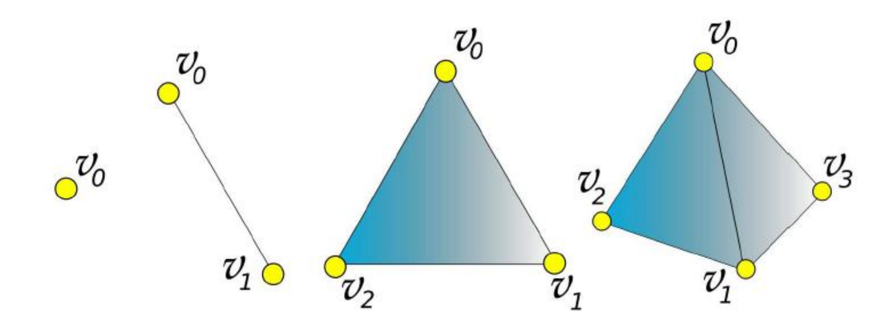
Topologia Combinatória

Definições Preliminares | Definição de Simplexo

Um *simplexo* δ *de dimensão* k do $\mathbb{R}^n$ é o fecho convexo dos $k+1$ pontos $\{v_0, v_1, \ldots, v_k\}, v_i \in \mathbb{R}^n$, em posição geral. Isto significa que os vetores:

$$v_1 - v_0 \quad v_2 - v_0 \quad \ldots \quad v_k - v_0$$

São *Linearmente Independentes*.



Simplexos de dimensão 0, 1, 2 e 3 respectivamente.

Chamamos um simplexo de dimensão k de k-simplexo.

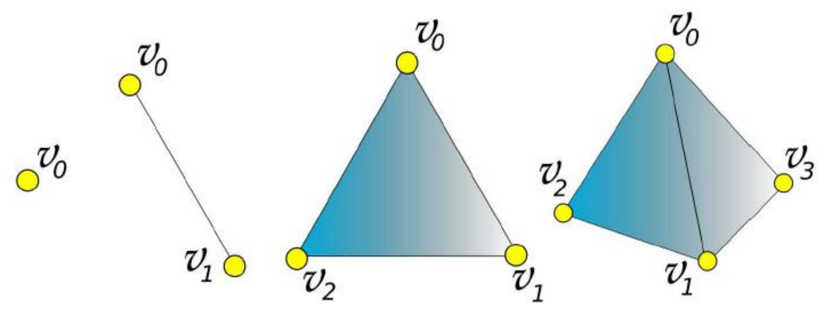
Definições Preliminares

Definição de Simplexo

Um *simplexo* δ *de dimensão* k do $\mathbb{R}^n$ é o fecho convexo dos $k+1$ pontos $\{v_0, v_1, \ldots, v_k\}$, $v_i \in \mathbb{R}^n$, em posição geral. Isto significa que os vetores:

$$v_1 - v_0 \quad v_2 - v_0 \quad \ldots \quad v_k - v_0$$

São *Linearmente Independentes*.



Simplexos de dimensão 0, 1, 2 e 3 são chamados, de *vértice*, *aresta*, *triângulo* e *tetraedro*.

Topologia Combinatória

Definições Preliminares

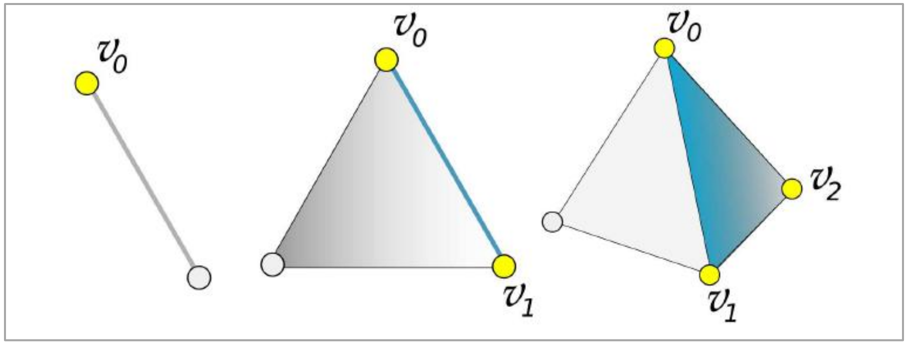
Definição de Face

Um *p-simplexo* γ gerado a partir de um subconjunto $V_\gamma \subseteq V_\delta$ dos vértices de um k-simplexo δ, com $p \leq k$ é denominado uma *p-face* de δ.

Definições Preliminares

Definição de Face

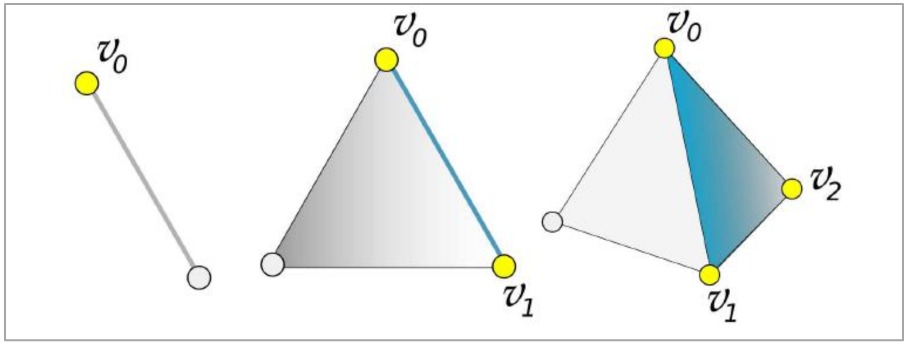
Um *p-simplexo* γ gerado a partir de um subconjunto $V_\gamma \subseteq V_\delta$ dos vértices de um k-simplexo δ, com $p \leq k$ é denominado uma *p-face* de δ.



Definições Preliminares

Definição de Face

Um *p-simplexo* γ gerado a partir de um subconjunto $V_\gamma \subseteq V_\delta$ dos vértices de um k-simplexo δ, com $p \leq k$ é denominado uma *p-face* de δ.



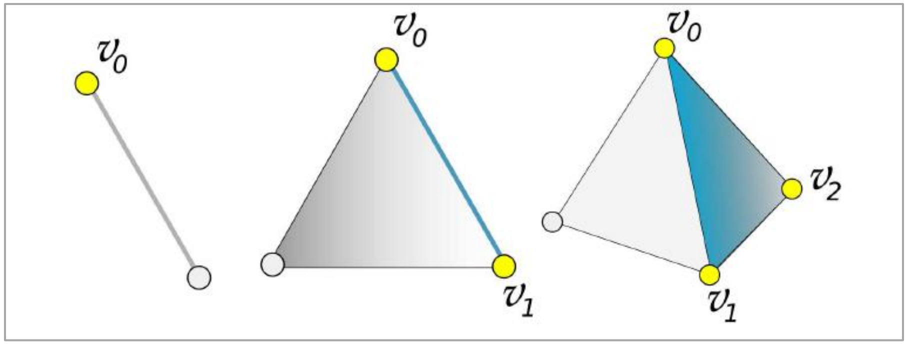
Se γ é face de δ, dizemos também que γ é *incidente* a δ.

Topologia Combinatória

Definições Preliminares

Definição de Face

Um p-simplexo γ gerado a partir de um subconjunto $V_\gamma \subseteq V_\delta$ dos vértices de um k-simplexo δ, com $p \leq k$ é denominado uma *p-face* de δ.

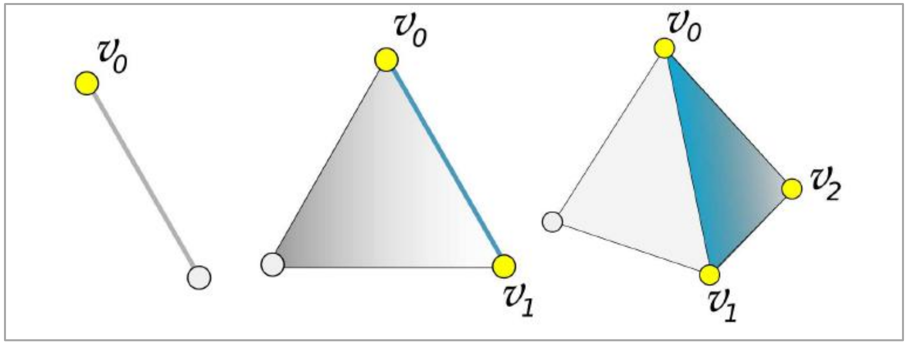


Um simplexo γ é uma *face própria* de $\delta, dim(\gamma) < dim(\delta)$.

Definições Preliminares

Definição de Face

Um p-simplexo γ gerado a partir de um subconjunto $V_\gamma \subseteq V_\delta$ dos vértices de um k-simplexo δ , com $p \leq k$ é denominado uma *p-face* de δ .



O simplexo gerado a partir do subconjunto vazio é, por convenção, uma *(-1)-face* de todo k-simplexo, com $k \geq 0$.

Topologia Combinatória

Definições Preliminares

Definição de Bordo

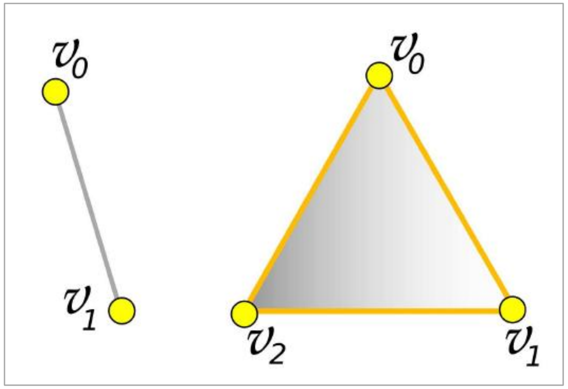
O *bordo* de um p-simplexo δ, denotado por $\partial\delta$, é a coleção de todas as faces próprias de δ.

Topologia Combinatória

Definições Preliminares

Definição de Bordo

O *bordo* de um p-simplexo δ, denotado por $\partial\delta$, é a coleção de todas as faces próprias de δ.

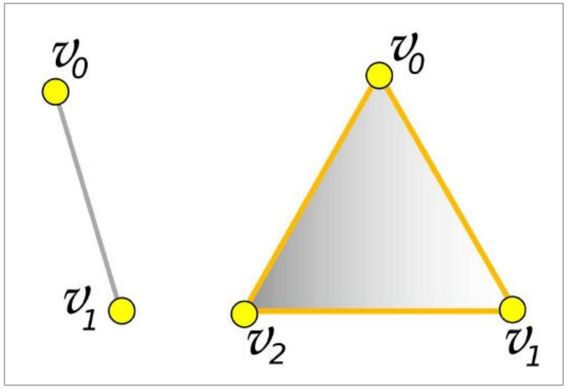


Topologia Combinatória

Definições Preliminares

Definição de Bordo

O *bordo* de um p-simplexo δ, denotado por $\partial\delta$, é a coleção de todas as faces próprias de δ.



O *interior* de um p-simplexo δ é definido por $Int(\delta) = \delta - \partial\delta$.

Topologia Combinatória

Definições preliminares

Complexos Simpliciais

Topologia Combinatória

Complexos Simpliciais

Um *complexo simplicial* Δ , é um conjunto finito de simplexos tais que:

1) Se $\delta \in \Delta$, então todas as faces de δ pertencem a Δ .

Topologia Combinatória

Complexos Simpliciais

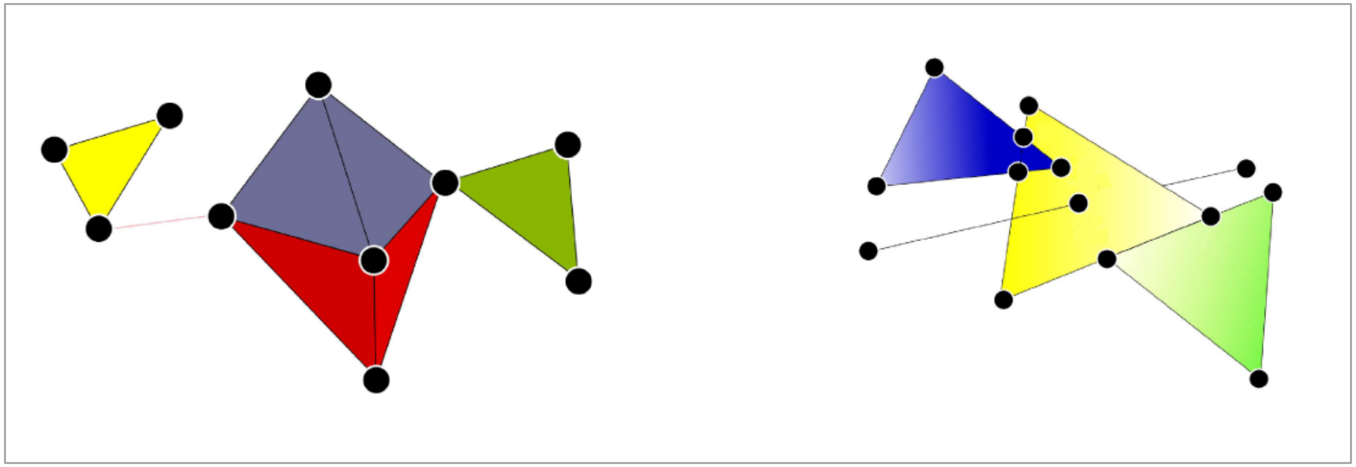
Um *complexo simplicial* Δ , é um conjunto finito de simplexos tais que:

1) Se $\delta \in \Delta$, então todas as faces de δ pertencem a Δ .
2) Se $\delta, \gamma \in \Delta$, então $\delta \cap \gamma$ é uma face própria de δ e γ.

Complexos Simpliciais

Um *complexo simplicial* Δ , é um conjunto finito de simplexos tais que:

1) Se $\delta \in \Delta$, então todas as faces de δ pertencem a Δ .
2) Se $\delta, \gamma \in \Delta$, então $\delta \cap \gamma$ é uma face própria de δ e γ.



Topologia Combinatória

Complexos Simpliciais

Definimos a *dimensão* de um complexo simplicial Δ como:

$$d = \max \{dim(\delta) | \delta \in \Delta\}$$

Topologia Combinatória

Complexos Simpliciais

Definimos a *dimensão* de um complexo simplicial Δ como:

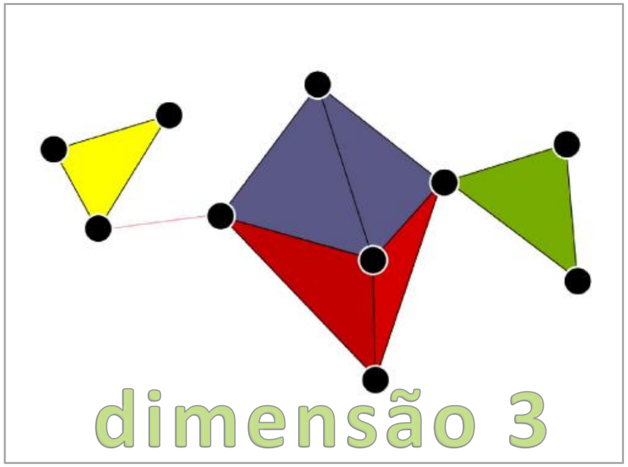
$$d = \max\{dim(\delta) | \delta \in \Delta\}$$

e dizemos que o complexo simplicial é um *d-complexo simplicial*.

Complexos Simpliciais

Definimos a *dimensão* de um complexo simplicial Δ como:

$$d = \max\{dim(\delta) | \delta \in \Delta\}$$



Topologia Combinatória

Complexos Simpliciais

Definição de Subcomplexo

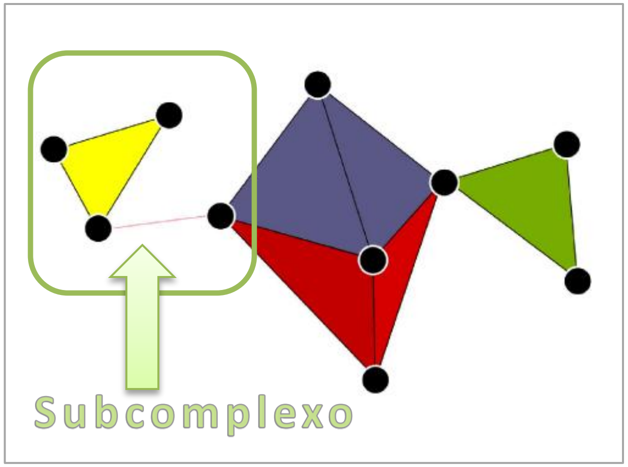
Um *subcomplexo* Δ^* de um complexo simplicial Δ, é qualquer subconjunto de simplexos de Δ.

Topologia Combinatória

Complexos Simpliciais

Definição de Subcomplexo

Um *subcomplexo* Δ^* de um complexo simplicial Δ, é qualquer subconjunto de simplexos de Δ.



Complexos Celulares

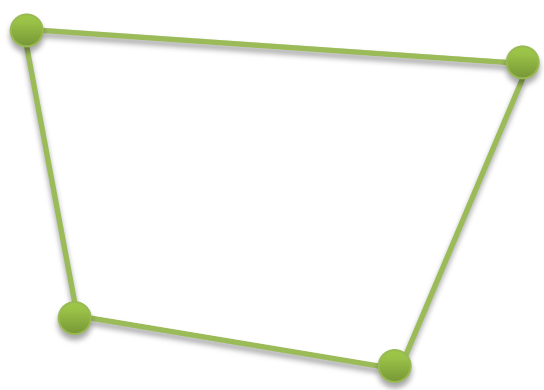
Observação Importante

Uma *célula afim* do $\mathbb{R}^n$ é o fecho convexo de um conjunto finito de pontos $p_i \in \mathbb{R}^n$.

Complexos Celulares

Observação Importante

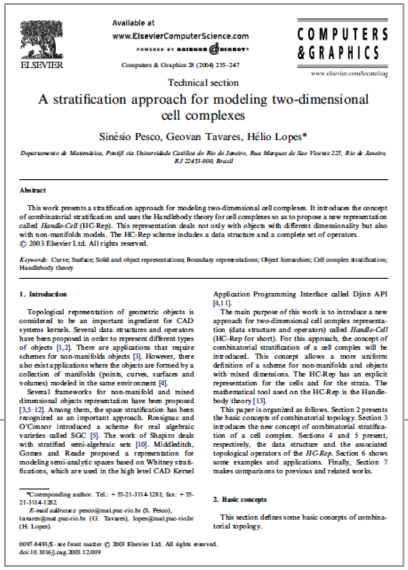
Uma *célula afim* do $\mathbb{R}^n$ é o fecho convexo de um conjunto finito de pontos $p_i \in \mathbb{R}^n$:



Complexos Celulares

Observação Importante

Uma *célula afim* do $\mathbb{R}^n$ é o fecho convexo de um conjunto finito de pontos $p_i \in \mathbb{R}^n$.



Available at www.ElsevierComputerScience.com
POWERED BY SCIENCE DIRECT
Computers & Graphics 28 (2004) 235–247
COMPUTERS & GRAPHICS
www.elsevier.com/locate/cag
Technical section

A stratification approach for modeling two-dimensional cell complexes

Sinésio Pesco, Geovan Tavares, Hélio Lopes*

Departamento de Matemática, Pontifí cia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rua Marques de Sao Vicente 225, Rio de Janeiro, RJ 22453-900, Brazil

Abstract

This work presents a stratification approach for modeling two-dimensional cell complexes. It introduces the concept of combinatorial stratification and uses the Handlebody theory for cell complexes so as to propose a new representation called *Handle-Cell* (HC-Rep). This representation deals not only with objects with different dimensionality but also with non-manifolds models. The HC-Rep scheme includes a data structure and a complete set of operators.

Keywords: Curve; Surface; Solid and object representations; Boundary representations; Object hierarchies; Cell complex stratification; Handlebody theory

1. Introduction

Topological representation of geometric objects is considered to be an important ingredient for CAD systems kernels. Several data structures and operators have been proposed in order to represent different types of objects [1,2]. There are applications that require schemes for non-manifolds objects [3]. However, there also exist applications where the objects are formed by a collection of manifolds (points, curves, surfaces and volumes) modeled in the same environment [4].

Several frameworks for non-manifold and mixed dimensional objects representation have been proposed [3,5–12]. Among them, the space stratification has been recognized as an important approach. Rossignac and O'Connor introduced a scheme for real algebraic varieties called SGC [5]. The work of Shapiro deals with stratified semi-algebraic sets [10]. Middleditch, Gomes and Reade proposed a representation for modeling semi-analytic spaces based on Whitney stratifications, which are used in the high level CAD Kernel Application Programming Interface called Djinn API [4,11].

The main purpose of this work is to introduce a new approach for two-dimensional cell complex representation (data structure and operators) called *Handle-Cell* (HC-Rep for short). For this approach, the concept of combinatorial stratification of a cell complex will be introduced. This concept allows a more uniform definition of a scheme for non-manifolds and objects with mixed dimensions. The HC-Rep has an explicit representation for the cells and for the strata. The mathematical tool used on the HC-Rep is the Handlebody theory [13].

This paper is organized as follows. Section 2 presents the basic concepts of combinatorial topology. Section 3 introduces the new concept of combinatorial stratification of a cell complex. Sections 4 and 5 present, respectively, the data structure and the associated topological operators of the *HC-Rep*. Section 6 shows some examples and applications. Finally, Section 7 makes comparisons to previous and related works.

2. Basic concepts

This section defines some basic concepts of combinatorial topology.

*Corresponding author. Tel.: + 55-21-3114-1281; fax: + 55-21-3114-1282.

E-mail addresses: pesco@mat.puc-rio.br (S. Pesco), tavares@mat.puc-rio.br (G. Tavares), lopes@mat.puc-rio.br (H. Lopes).

0097-8493/$ - see front matter © 2003 Elsevier Ltd. All rights reserved.
doi:10.1016/j.cag.2003.12.009

Material complementar:

A stratification approach for modeling two-dimensional cell complexes

S. Pesco H. Lopes e G. Tavares.

Computer and Graphics

2004

Topologia Combinatória

Definições preliminares

Complexos Simpliciais

Relação entre Simplexos

Topologia Combinatória

Relação entre simplexos

Definição de Junção

O *junção* de dois simplexos δ e γ independentes, é o simplexo cujos vértices são os vértices de δ e γ .

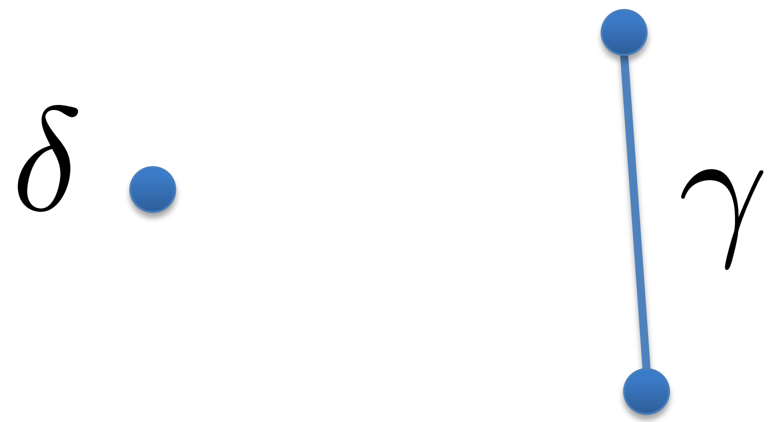
Topologia Combinatória

Definição de Junção

Relação entre simplexos

O *junção* de dois simplexos δ e γ independentes, é o simplexo cujos vértices são os vértices de δ e γ.

Denotamos a junção de δ e γ por $\delta \star \gamma$.



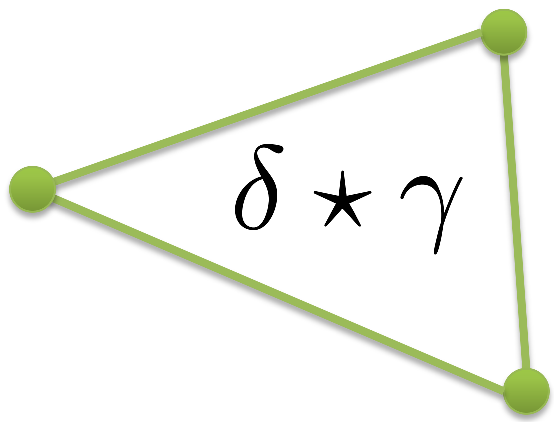
Topologia Combinatória

Relação entre simplexos

Definição de Junção

O *junção* de dois simplexos δ e γ independentes, é o simplexo cujos vértices são os vértices de δ e γ .

Denotamos a junção de δ e γ por $\delta \star \gamma$.



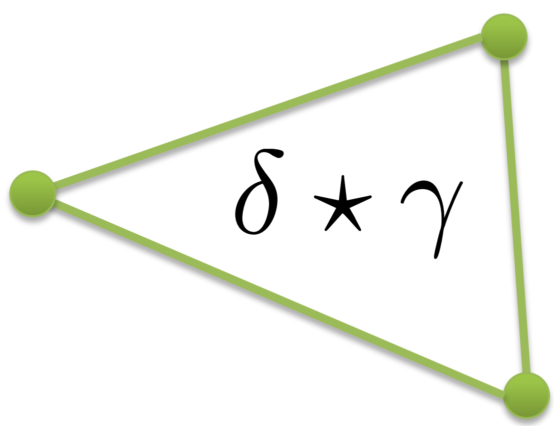
Topologia Combinatória

Relação entre simplexos

Definição de Junção

O *junção* de dois simplexos δ e γ independentes, é o simplexo cujos vértices são os vértices de δ e γ .

Se δ e γ são simplexos do $\mathbb{R}^n$ então, $dim(\delta) + dim(\gamma) < n$.



Topologia Combinatória

Relação entre simplexos

Definição de Estrela e Elo

A *estrela* de um simplexo $\delta \in \Delta$, denotada por $Star(\delta, \Delta)$, é a união de todos os simplexos $\gamma \in \Delta$ que tem δ como face.

Topologia Combinatória

Relação entre simplexos

Definição de Estrela e Elo

A *estrela* de um simplexo $\delta \in \Delta$, denotada por $Star(\delta, \Delta)$, é a união de todos os simplexos $\gamma \in \Delta$ que tem δ como face.

O *Elo* de um simplexo $\delta \in \Delta$, denotada por $Link(\delta, \Delta)$, é o conjunto de simplexos $\gamma \in \Delta$ tais que:

1) γ é face de algum simplexo $\psi \in Star(\delta, \Delta)$.
2) $\gamma \notin Star(\delta, \Delta)$

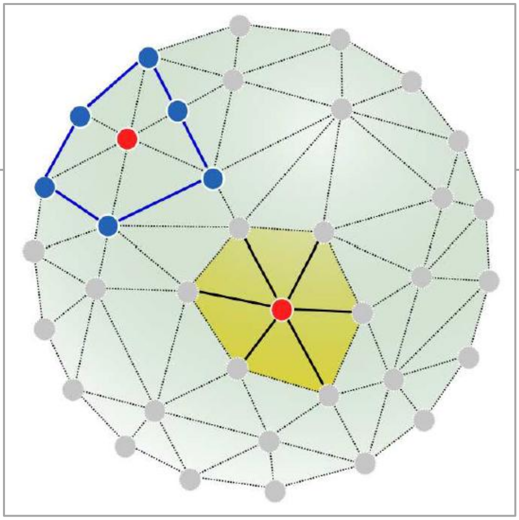
Topologia Combinatória

Relação entre simplexos | Definição de Estrela e Elo

A *estrela* de um simplexo $\delta \in \Delta$, denotada por $Star(\delta, \Delta)$, é a união de todos os simplexos $\gamma \in \Delta$ que tem δ como face.

O *Elo* de um simplexo $\delta \in \Delta$, denotada por $Link(\delta, \Delta)$, é o conjunto de simplexos $\gamma \in \Delta$ tais que:

1) γ é face de algum simplexo $\psi \in Star(\delta, \Delta)$.
2) $\gamma \notin Star(\delta, \Delta)$



Relação entre simplexos

Simplexos de Topo

Um simplexo $\delta \in \Delta$ é chamado *simplexo de topo* se $Star(\delta, \Delta) = \delta$.

Topologia Combinatória

Relação entre simplexos | Simplexos de Topo

Um simplexo $\delta \in \Delta$ é chamado *simplexo de topo* se $Star(\delta, \Delta) = \delta$.

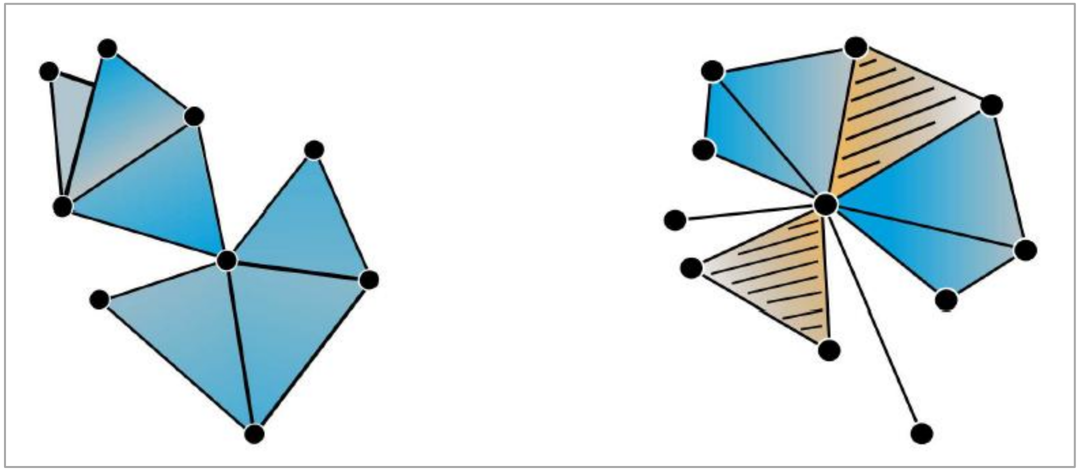
Se um d-complexo simplicial Δ é tal que todos seus simplexos de topo são d-simplexos , então Δ é dito um *complexo regular.*

Topologia Combinatória

Relação entre simplexos | Simplexos de Topo

Um simplexo $\delta \in \Delta$ é chamado *simplexo de topo* se $Star(\delta, \Delta) = \delta$.

Se um d-complexo simplicial Δ é tal que todos seus simplexos de topo são d-simplexos , então Δ é dito um *complexo regular.*



Topologia Combinatória

Relação entre simplexos

Simplexos
p-adjacentes

Dois simplexos δ e γ são *p-adjacentes* quando existe uma p-face comum a eles.

Topologia Combinatória

Relação entre simplexos

Simplexos p-adjacentes

Dois simplexos δ e γ são *p-adjacentes* quando existe uma p-face comum a eles.

Obs: Quando a dois k-simplexos são (k-1)-adjacentes, dizemos que eles são *adjacentes*.

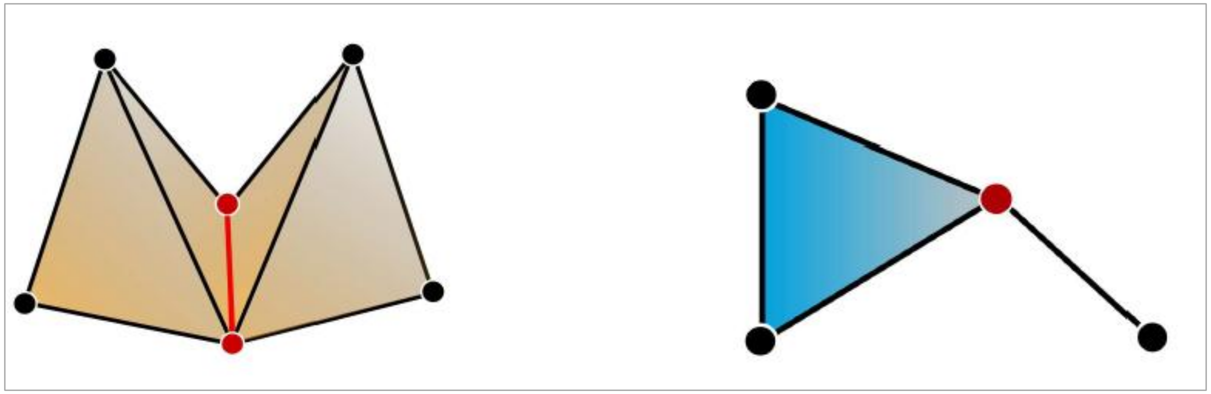
Topologia Combinatória

Relação entre simplexos

Simplexos p-adjacentes

Dois simplexos δ e γ são *p-adjacentes* quando existe uma p-face comum a eles.

Obs: Quando a dois k-simplexos são (k-1)-adjacentes, dizemos que eles são *adjacentes*.



Relação entre simplexos

Simplexos
h-conectados

Dois simplexos δ e γ são *h-conectados* se existe uma sequencia de simplexos $(\delta_i)_{i=0}^{n}$, tal que:

1) Dois simplexos consecutivos δ_i e δ_{i+1} são h-adjacentes.

Topologia Combinatória

Relação entre simplexos

Simplexos h-conectados

Dois simplexos δ e γ são *h-conectados* se existe uma sequencia de simplexos $(\delta_i)_{i=0}^{n}$, tal que:

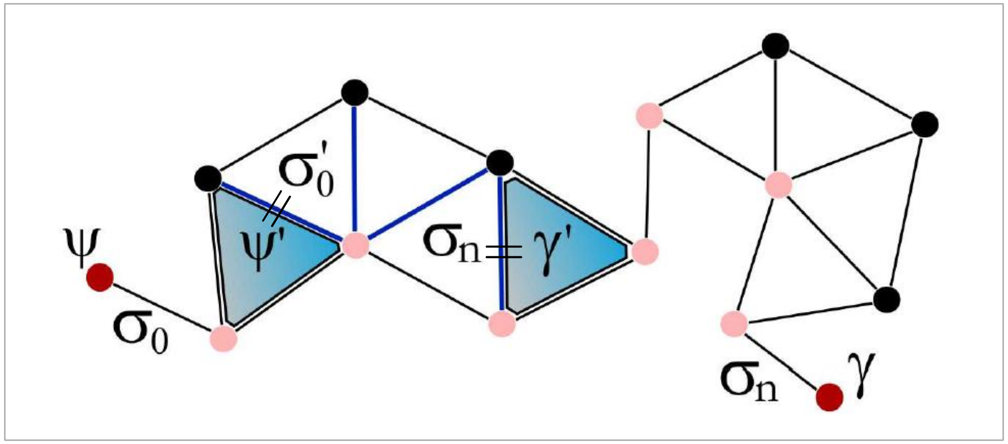
1) Dois simplexos consecutivos δ_i e δ_{i+1} são h-adjacentes.
2) δ e γ são faces de δ_0 e δ_n respectivamente.

Relação entre simplexos

Simplexos h-conectados

Dois simplexos δ e γ são *h-conectados* se existe uma sequencia de simplexos $(\delta_i)_{i=0}^{n}$, tal que:

1) Dois simplexos consecutivos δ_i e δ_{i+1} são h-adjacentes.
2) δ e γ são faces de δ_0 e δ_n respectivamente.



Topologia Combinatória

Componentes Conexas

Definição de h-componentes

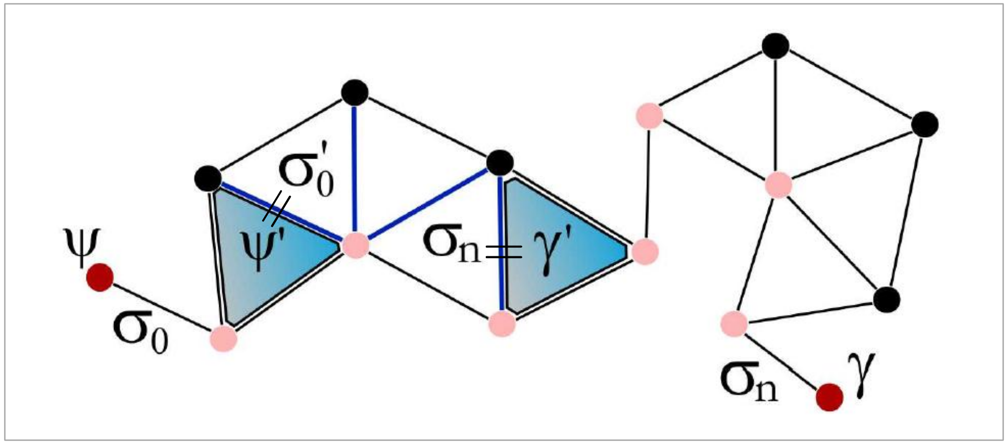
Dizemos que um subcomplexo Δ é uma *h-componente conexa* de Δ^* quando todos seus simplexos são h-conectados.

Topologia Combinatória

Componentes Conexas

Definição de h-componentes

Dizemos que um subcomplexo Δ é uma *h-componente conexa* de Δ^* quando todos seus simplexos são h-conectados.



Topologia Combinatória

Definições preliminares
Complexos Simpliciais
Relação entre Simplexos
Variedades Combinatórias

Topologia Combinatória

Variedades

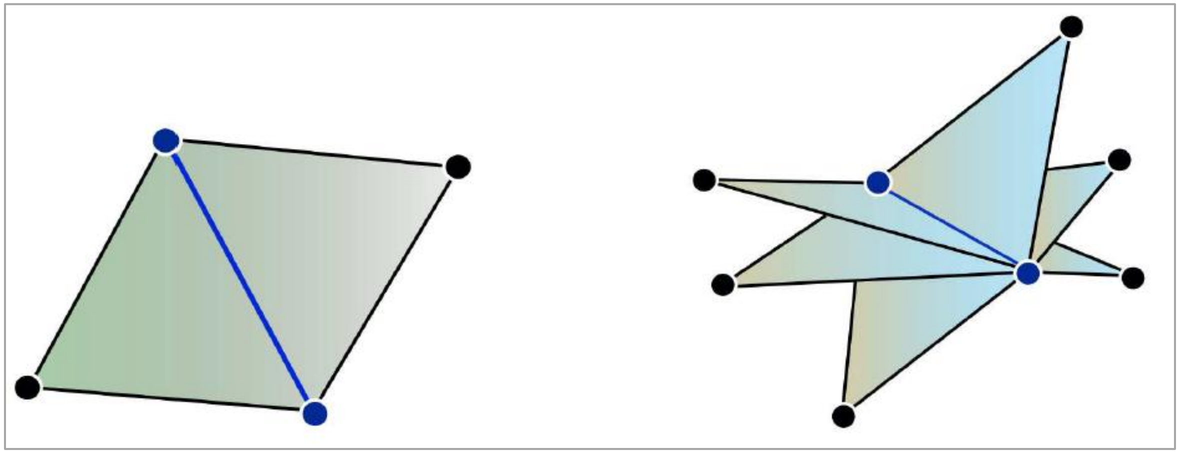
Simplexo
Variedade

um (d-1)-simplexo δ de um d-complexo simplicial Δ é um *simplexo variedade* se existem no máximo 2 d-simplexos em Δ que tem δ como face.

Variedades

Simplexo
Variedade

um (d-1)-simplexo δ de um d-complexo simplicial Δ é um *simplexo variedade* se existem no máximo 2 d-simplexos em Δ que tem δ como face.



Topologia Combinatória

Variedades | Pseudo-Variedades

Um d-complexo Δ, é uma *pseudo-variedade combinatória de dimensão d* se, e somente se:

1) Δ é um complexo regular (d-1)-conectado.

Topologia Combinatória

Variedades | Pseudo-Variedades

Um d-complexo Δ , é uma *pseudo-variedade combinatória de dimensão d* se, e somente se:

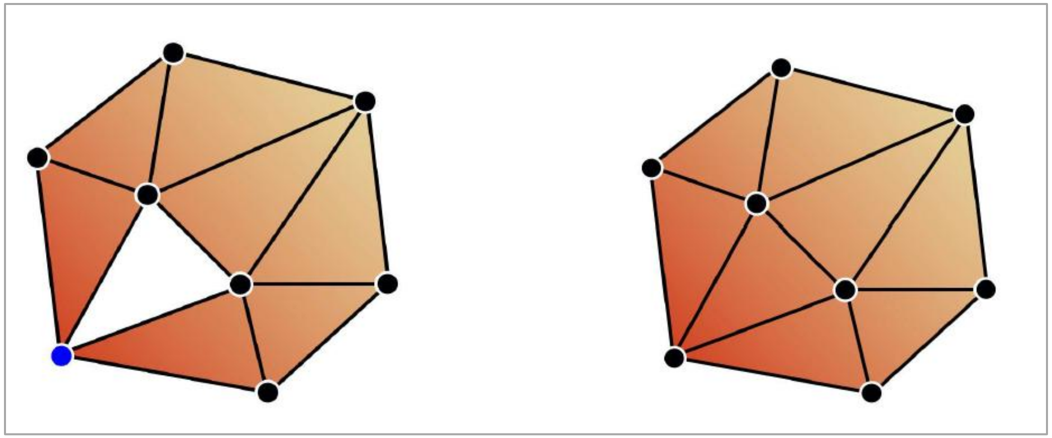
1) Δ é um complexo regular (d-1)-conectado.
2) Todo (d-1)-simplexo $\delta \in \Delta$ é um (d-1)-simplexo variedade.

Topologia Combinatória

Variedades | Pseudo-Variedades

Um d-complexo Δ, é uma *pseudo-variedade combinatória de dimensão d* se, e somente se:

1) Δ é um complexo regular (d-1)-conectado.
2) Todo (d-1)-simplexo $\delta \in \Delta$ é um (d-1)-simplexo variedade.



Variedades | Variedades Combinatórias

Uma pseudo-variedade combinatória de dimensão d Δ, tal que para todo vértice $v \in \Delta$ a estrela $Star(v, \Delta)$, é homeomorfa a $\mathbb{R}^d$ ou $\mathbb{R}^d_+$ é chamada de:

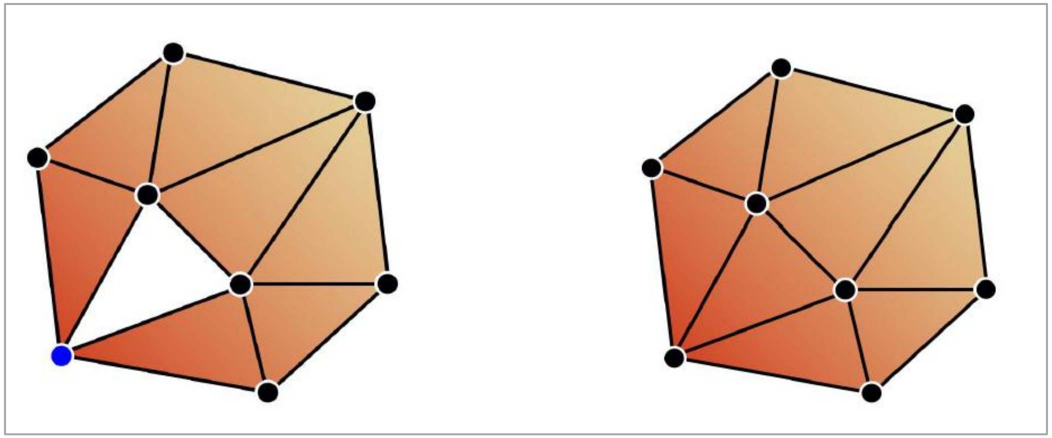
Variedade Combinatória.

Topologia Combinatória

Variedades | Variedades Combinatórias

Uma pseudo-variedade combinatória de dimensão d Δ, tal que para todo vértice $v \in \Delta$ a estrela $Star(v, \Delta)$, é homeomorfa a $\mathbb{R}^d$ ou $\mathbb{R}^d_+$ é chamada de:

Variedade Combinatória.



Topologia Combinatória

Variedades

Definição de Orientabilidade

Seja Δ uma k-variedade combinatória. A *orientação* de dois k-simplexos adjacentes e $\delta, \gamma \in \Delta$ é *coerente* se o (k-1) simplexo que compartilham tem orientação oposta em δ e γ.

Topologia Combinatória

Variedades

Definição de Orientabilidade

Seja Δ uma k-variedade combinatória. A *orientação* de dois k-simplexos adjacentes e $\delta, \gamma \in \Delta$ é *coerente* se o (k-1) simplexo que compartilham tem orientação oposta em δ e γ.

Uma variedade combinatória é orientável se podemos escolher uma orientação coerente para todos os seus simplexos.

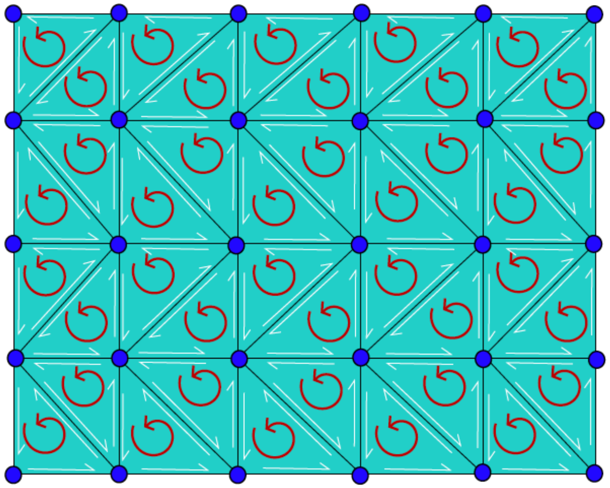
Topologia Combinatória

Variedades

Definição de Orientabilidade

Seja Δ uma k-variedade combinatória. A *orientação* de dois k-simplexos adjacentes e $\delta, \gamma \in \Delta$ é *coerente* se o (k-1) simplexo que compartilham tem orientação oposta em δ e γ .

Uma variedade combinatória é orientável se podemos escolher uma orientação coerente para todos os seus simplexos.



Topologia Combinatória

Definições preliminares
Complexos Simpliciais
Relação entre Simplexos
Variedades Combinatórias
Operações e Propriedades

Topologia Combinatória

Operadores Estelares

Seja Δ um complexo simplicial de dimensão n. Sejam δ e γ dois simplexos de Δ com dimensão r e (n-r) respectivamente tais que $Link(\delta, \Delta) = \partial\gamma.$

Operadores Estelares

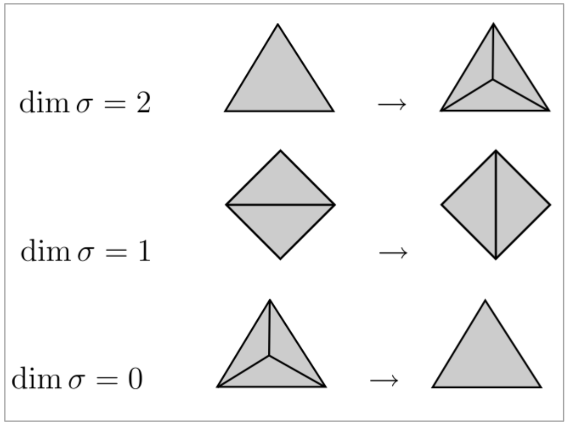
Seja Δ um complexo simplicial de dimensão n. Sejam δ e γ dois simplexos de Δ com dimensão r e (n-r) respectivamente tais que $Link(\delta, \Delta) = \partial\gamma.$

A operação chamada *movimento biestelar* consiste em alterar Δ removendo $\delta \star \partial\gamma$ e adicionando $\partial\delta \star \gamma$.

Operadores Estelares

Seja Δ um complexo simplicial de dimensão n. Sejam δ e γ dois simplexos de Δ com dimensão r e (n-r) respectivamente tais que $Link(\delta, \Delta) = \partial\gamma.$

A operação chamada *movimento biestelar* consiste em alterar Δ removendo $\delta \star \partial\gamma$ e adicionando $\partial\delta \star \gamma$.



Operadores Estelares

Seja Δ um complexo simplicial de dimensão n. Sejam δ e γ dois simplexos de Δ com dimensão r e (n-r) respectivamente tais que $Link(\delta, \Delta) = \partial\gamma.$

A operação chamada *movimento biestelar* consiste em alterar Δ removendo $\delta \star \partial\gamma$ e adicionando $\partial\delta \star \gamma$.

Notação: $k(\delta, \gamma)$.

Topologia Combinatória

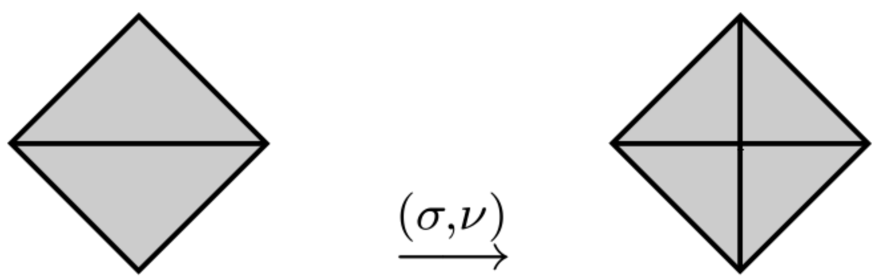
Operadores Estelares

Seja Δ um complexo simplicial de dimensão n. Seja δ um simplexo de Δ com dimensão r e v um vértice no interior de δ .

Operadores Estelares

Seja Δ um complexo simplicial de dimensão n. Seja δ um simplexo de Δ com dimensão r e v um vértice no interior de δ .

A operação chamada *subdivisão estelar* consiste em alterar Δ removendo $\overline{Star(\delta, \Delta)}$ e adicionando $v \star \partial\delta \star Link(\delta, \Delta)$.



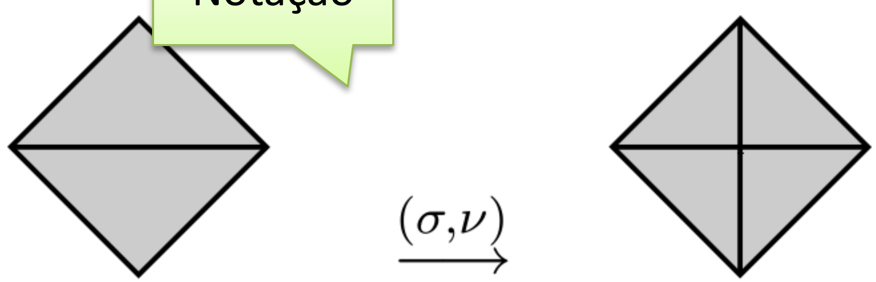
Topologia Combinatória

Operadores Estelares

Seja Δ um complexo simplicial de dimensão n. Seja δ um simplexo de Δ com dimensão r e v um vértice no interior de δ .

A operação chamada *subdivisão estelar* consiste em alterar Δ removendo $\overline{Star(\delta, \Delta)}$ e adicionando $v \star \partial\delta \star Link(\delta, \Delta)$.

Notação

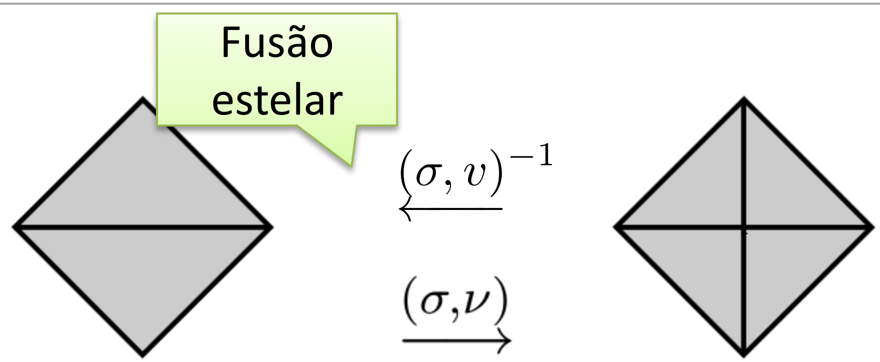


Topologia Combinatória

Operadores Estelares

Seja Δ um complexo simplicial de dimensão n. Seja δ um simplexo de Δ com dimensão r e v um vértice no interior de δ .

A operação chamada *subdivisão estelar* consiste em alterar Δ removendo $\overline{Star(\delta, \Delta)}$ e adicionando $v \star \partial\delta \star Link(\delta, \Delta)$.



Topologia Combinatória

Operadores Estelares

Dois super teoremas ...

01 – Duas superfícies combinatórias são homeomorfas, se e somente se elas são biestelar equivalentes.

Operadores Estelares

Dois super teoremas ...

01 – Duas superfícies combinatórias são homeomorfas, se e somente se elas são biestelar equivalentes.

02 – Qualquer movimento estelar, pode ser decomposto em um conjunto finito de operações estelares, a saber $(\tau, \nu)^{-1}(\sigma, \nu)$.

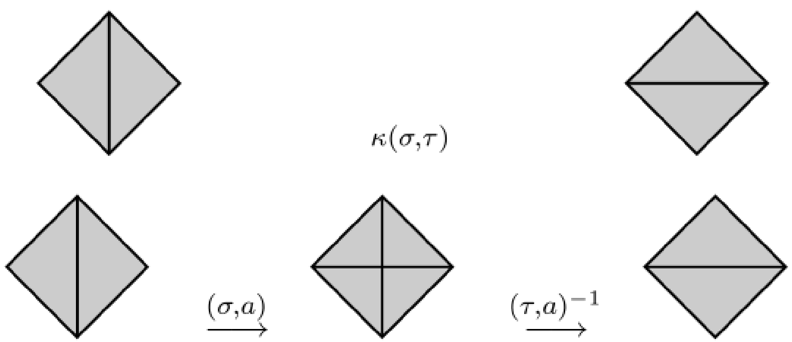
Topologia Combinatória

Operadores Estelares

Dois super teoremas ...

01 – Duas superfícies combinatórias são homeomorfas, se e somente se elas são biestelar equivalentes.

02 – Qualquer movimento estelar, pode ser decomposto em um conjunto finito de operações estelares, a saber $(\tau, \nu)^{-1}(\sigma, \nu)$.



Operadores Estelares

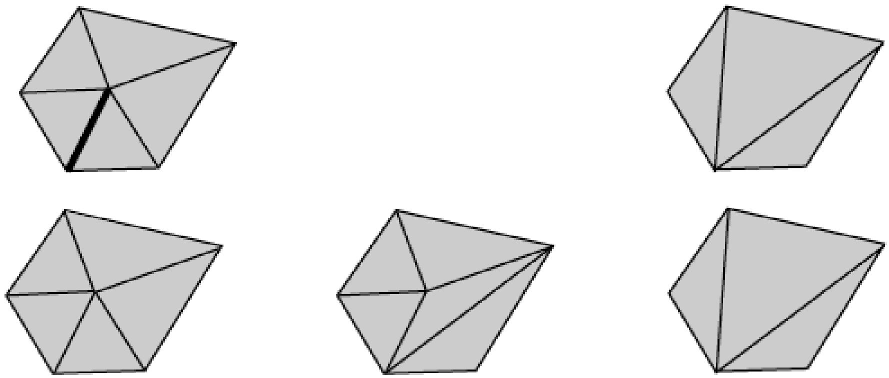
Os operadores estelares podem ser usados como primitivas para a definição de operações de multiresolução.

Topologia Combinatória

Operadores Estelares

Os operadores estelares podem ser usados como primitivas para a definição de operações de multiresolução.

Ex: O colapso de arestas e a subdivisão de um vértice podem ser definidos como composições de operações estelares.



Fórmula de Euler-Poincaré

Uma superfície orientável S, conexa e sem bordo é unicamente identificada pela fórmula de *Euler-Poincaré*:

$$\chi(S) = |V| - |E| + |F|$$

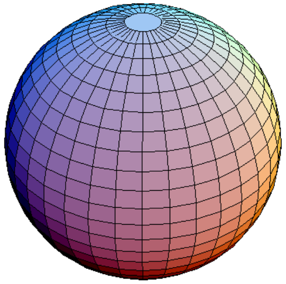
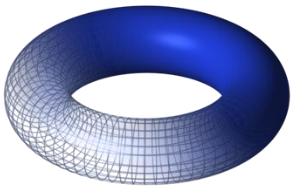
onde $|V|, |E|$ e $|F|$ representam o número de vértices, arestas e faces de S.

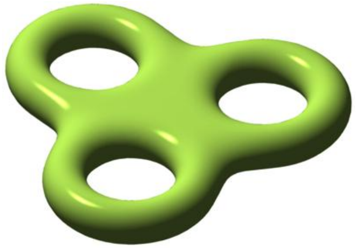
Característica de Euler

Dada uma superfície orientável S , conexa e sem bordo podemos mostrar que a fórmula de *Euler-Poincaré* pode ser escrita como:

$$\chi(S) = 2 - 2g$$

onde g representa o número de genus de S .



Topologia Combinatória

Característica de Euler

Usando as fórmulas anteriores, podemos relacionar a topologia da superfície e a sua estrutura combinatória:

$$g = 1 - (|V| - |E| + |F|)/2$$

Topologia Combinatória

Característica de Euler

Usando as fórmulas anteriores, podemos relacionar a topologia da superfície e a sua estrutura combinatória:

$$g = 1 - (|V| - |E| + |F|)/2$$

Ainda, observando que cada aresta é compartilhada por duas faces, e que cada triângulo é composto por três arestas, podemos chegar a estatísticas interessantes:

$$|F| \approx 2|V| \qquad |E| \approx 3|V| \qquad \#V \approx 6$$